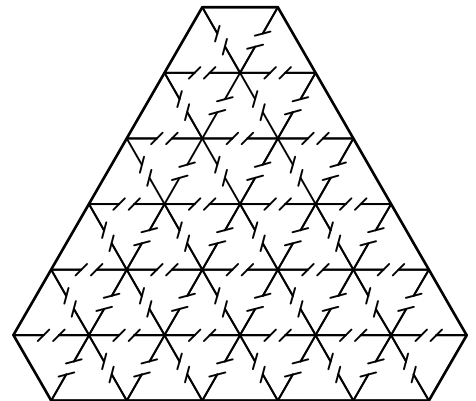




## XXXI Відкрита математична олімпіада ліцею «Лідер»

### 6 клас

1. Сьогодні субота, 6 квітня. Яке число і який день тижня буде за 100 днів?
2. Для фарбування кубика розміром  $2 \times 2 \times 2$  потрібно 18 г фарби. Скільки фарби знадобиться, щоб пофарбувати кубик розміром  $8 \times 8 \times 8$ ? Відповідь поясніть.
3. Я молодший від свого дідуся у стільки разів, у скільки старший за свою сестру. Скільки мені років, якщо моїй сестрі ще не виповнилося 7, а мені з дідусем разом 84 роки? Відповідь поясніть.
4. Адміністратор кінотеатру продав усі квитки в перший ряд на перегляд мультфільму «Історія іграшок-171». Але через збій мережі сталася технічна помилка, внаслідок якої на одне з місць помилково було продано два квитки. Сума номерів місць на всіх проданих квитках дорівнює 857. На місце з яким номером було продано два квитки? Відповідь поясніть.
5. Простір для проведення квестів розділений на кімнати трикутної форми. Між будь-якими двома кімнатами, що мають спільну сторону, є двері. Чи можна обійти всі кімнати, побувавши у кожній рівно один раз, і не виходячи за межі квест-простору? Відповідь поясніть.



Користуватися технічними засобами заборонено

Час виконання роботи — 2 години

Київ, ліцей «Лідер», 6 квітня 2024 року

Усю оперативну інформацію про олімпіаду шукайте за посиланням

<https://www.facebook.com/groups/326310837754590>



1. Сьогодні субота, 6 квітня. Яке число і який день тижня буде за 100 днів?

**Відповідь:** 15 липня, понеділок.

2. Для фарбування кубика розміром  $2 \times 2 \times 2$  потрібно 18 г фарби. Скільки фарби знадобиться, щоб пофарбувати кубик розміром  $8 \times 8 \times 8$ ? Відповідь поясніть.

**Відповідь:** 288 г.

**Розв'язання.** Куб  $2 \times 2 \times 2$  має шість граней, для фарбування яких знадобилося 18 г фарби. Тоді на одну грань  $2 \times 2$  потрібно 3 г фарби. Одна грань куба  $8 \times 8$  містить 16 граней  $2 \times 2$ , для фарбування яких знадобиться 48 г фарби. Тоді на весь куб  $8 \times 8 \times 8$  потрібно 288 г фарби.

3. Я молодший від свого дідуся у стільки разів, у скільки старший за свою сестру. Скільки мені років, якщо моїй сестрі ще не виповнилося 7, а мені з дідусем разом 84 роки? Відповідь поясніть.

**Відповідь:** 12 років.

**Розв'язання.** Нехай вік сестри  $x$  років ( $x < 7$ ), її брат старший за неї у  $n$  разів, тоді брату  $nx$  років, а їх дідусеві  $n^2 x$  років. За умовою  $nx + n^2 x = 84$ ,  $nx(1 + n) = 84$ . Ліва частина рівняння містить три дільники числа 84, один з яких ( $x$ ) менший від 7, а два інших ( $n$ ,  $n + 1$ ) — послідовні натуральні числа. Звідси  $x = 2$ ,  $n = 6$ .

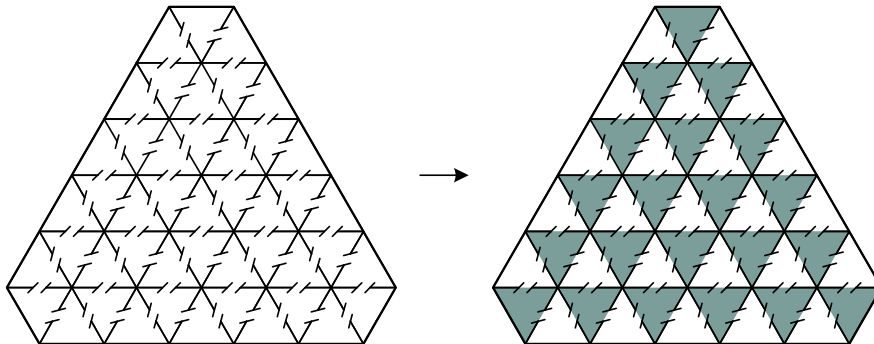
4. Адміністратор кінотеатру продав усі квитки в перший ряд на перегляд мультфільму «Історія іграшок-171». Але через збій мережі сталася технічна помилка, внаслідок якої на одне з місць помилково було продано два квитки. Сума номерів місць на всіх проданих квитках дорівнює 857. На місце з яким номером було продано два квитки? Відповідь поясніть.

**Відповідь:** на місце № 37.

**Розв'язання.** Знайдемо кількість місць у першому ряду. Їх не більше за 40, оскільки сума натуральних чисел від 1 до 41 дорівнює 861. Їх не менше від 40, оскільки сума натуральних чисел від 1 до 39 дорівнює 780 і додавання до неї найбільшого числа (39) дає результат, менший від 857. Отже у першому ряду рівно 40 місць. Визначимо номер місця із зайвим квитком:  $1 + 2 + \dots + 40 = 820$ ,  $857 - 820 = 37$ .

5. Простір для проведення квестів розділений на кімнати трикутної форми. Між будь-якими двома кімнатами, що мають спільну сторону, є двері. Чи можна обійти всі кімнати, побувавши у кожній рівно один раз, і не виходячи за межі квест-простору? Відповідь поясніть.

**Відповідь:** не можна.



**Розв'язання.** Розфарбуємо кімнати на наведеній схемі квест-простору так, щоб білий і сірий кольори чергувалися (див. рисунок). Зауважимо, що кожного разу виходячи з кімнати, позначеної на схемі одним кольором, ми потрапляємо до кімнати, позначеної іншим кольором. Тоді із 46 кімнат квест-простору половина має бути позначена білим кольором, а половина — сірим, проте це не так.